

## Chương 4

# LÝ THUYẾT PHỔ SÓNG ÁP DỤNG CHO VÙNG VEN BỜ

### 4.1 PHỔ SÓNG TRONG VÙNG BIỂN CÓ ĐỘ SÂU GIỚI HẠN

#### 4.1.1 Các phổ tần dạng tham số

##### a, Phổ tần vùng nước sâu

Dạng của phổ sóng gió thay đổi rất mạnh phụ thuộc vào địa hình của vùng biển, thời gian và dà gió, vào trạng thái phát triển của trường sóng và sự tồn tại của các hệ sóng (sóng gió, sóng lồng) tại khu vực nghiên cứu. Tuy nhiên, dạng của phổ sóng không phải tuỳ ý mà tuân theo các đặc trưng cơ bản, tương ứng với sự phân bố năng lượng sóng. Dựa trên cơ sở này đã phát triển phương pháp nghiên cứu phổ sóng theo các dạng phổ tổng quát và các tham số phổ. Một trong các đặc trưng cơ bản đó có liên quan đến giới hạn phía trên của mật độ phổ, tương ứng với điều kiện tạo sóng cho trước. Khi phổ sóng đạt đến trạng thái bão hoà này, năng lượng tiếp tục truyền từ gió cho sóng sẽ bị tiêu tán do sóng đổ hoặc bởi sự truyền năng lượng từ dải tần số này sang dải tần số khác. Phillips (1977) đã phát hiện ra trạng thái bão hoà này trong phổ sóng. Từ phân tích thứ nguyên, đã nhận được công thức sau đây đối với mật độ phổ sóng trong dải tần số lớn hơn tần số đỉnh phổ  $\omega_p$ .

$$S(\omega) = \alpha g^2 \omega^{-5} \quad \text{với } \omega >> \omega_p \quad (4.1)$$

với:  $\alpha$  - là hằng số không thứ nguyên ( $\alpha = 8.1 * 10^{-3}$  ).

Theo Kitaigorodski (1970), hằng số  $\alpha$  trong thực tế là hàm của dà sóng không thứ nguyên. Các nghiên cứu của Phillips sau đó (1985) đã đưa ra biểu thức chính xác hoá (4.1) với dải tần số cao (gọi là đuôi phổ sóng) ở dạng ( $\omega^{-4}$ ) nhưng chỉ áp dụng cho vùng nước sâu.

Phổ sóng tổng quát cho toàn dải tần có dạng

$$S(\omega) = g^2 \omega^{-5} f\left(\frac{\omega}{\omega_p}\right) \quad (4.2)$$

Nếu  $\omega/\omega_p >> 1.0$  thì  $f \rightarrow \alpha$  trong (4.1). Dạng hiện của hàm  $f$  thường được đưa ra dựa vào các nghiên cứu thực nghiệm. Theo các kết quả nghiên cứu ở miền Bắc Đại Tây Dương, Pierson và Moskowitz (1964) đã đưa ra phổ sóng đại diện cho sóng gió phát triển hoàn toàn (gọi tắt là phổ PM) dưới dạng:

$$S(f) = \frac{\alpha g^2}{(2\pi)^4 f^5} \exp\left[-0.24\left(\frac{2\pi f}{g}\right)^{-4}\right] \quad (4.3)$$

Chương trình đo đặc trường sóng JONSWAP đã được tiến hành vào các năm 1968, 1969 tại vùng biển Bắc (Hasselmann, 1973). Dựa vào các kết quả của chương trình này đã đưa ra phổ sóng JONSWAP ứng với sóng gió có dà giới hạn (sóng ổn định):

$$S(f) = \frac{\alpha_1 g^2}{(2\pi)^4 f^5} \exp \left[ -1.25 \left( \frac{f}{f_p} \right)^{-4} \right] \gamma^r \quad (4.4)$$

với:

$$r = \exp \left[ - \frac{(f - f_p)^2}{2\sigma^2 f_p^2} \right] \quad (4.5)$$

Dạng phổ này gồm bốn tham số  $\alpha_1$ ,  $\gamma$ ,  $f_p$ ,  $\sigma$ , với:

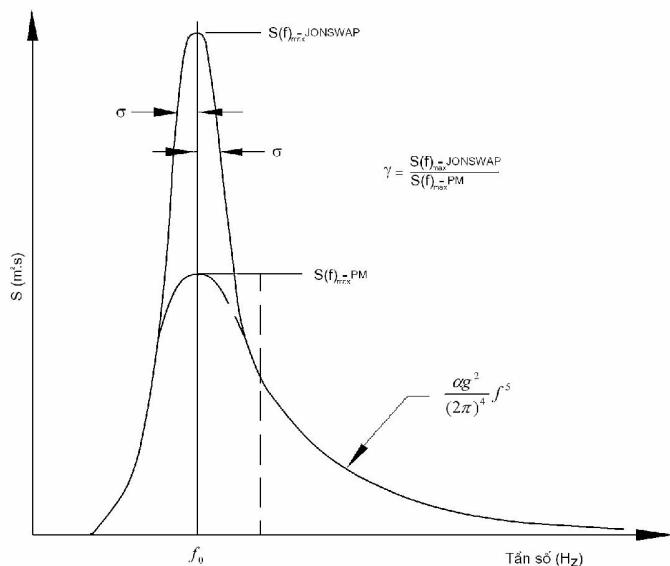
$$f_p = 3.5 \left[ \frac{g^2 F}{U_{10}^3} \right]^{-0.33} \quad (4.6)$$

$$\alpha_1 = 0.076 \left[ \frac{gF}{U_{10}^2} \right]^{-0.22} \quad (4.7)$$

$$1 \leq \gamma \leq 7$$

$$\sigma = 0.07 \text{ khi } f \leq f_p \text{ và } \sigma = 0.09 \text{ khi } f > f_p$$

Trong đó  $\alpha_1$  là hệ số tỷ lệ,  $\gamma$  là hệ số kích động đỉnh phổ,  $f_p$  là tần số đỉnh phổ,  $U_{10}$  là tốc độ gió đo tại 10m trên mặt biển và  $F$  là đà sóng.



**Hình 4.1 So sánh giữa phổ JONSWAP và phổ PM**

#### b, Phổ tần vùng ven bờ

Đối với sóng trong vùng biển có độ sâu giới hạn, Kitaigorodski (1975) đã phát triển cơ sở lý luận dải phổ bão hòa của Phillips cho các độ sâu biển khác nhau:

$$S(\omega) = \alpha g^2 \omega^{-5} r(\omega^*) \quad (4.8)$$

với:

$$r(\omega^*) = \frac{1}{f^2(\omega^*)} \left\{ 1 + \frac{2\omega^{*2} f(\omega^*)}{\sinh[2\omega^{*2} f(\omega^*)]} \right\}^{-1} \quad (4.9)$$

$$\omega^* = \omega \sqrt{\frac{d}{g}}; \quad f(\omega^*) = \tanh^{-1}[k(\omega^*)d] \quad (4.10)$$

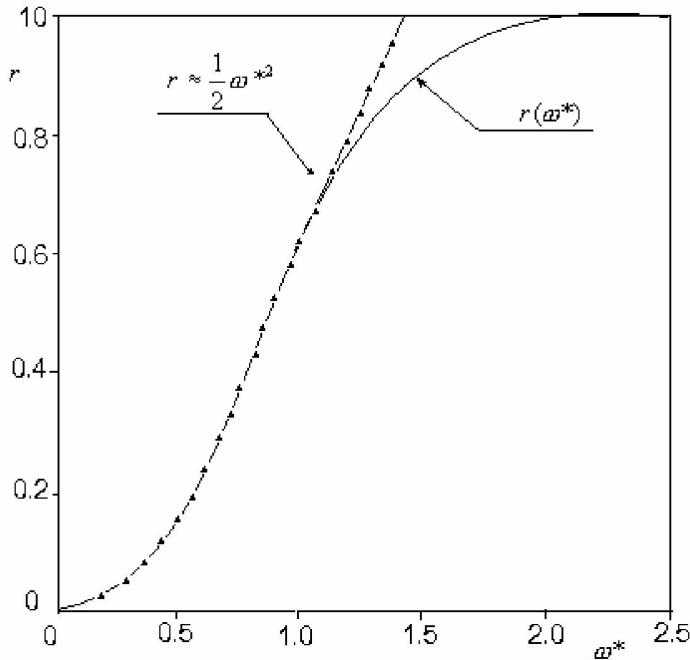
Hàm  $r(\omega^*)$  được vẽ tại hình 4.1. Có thể kiểm chứng dễ dàng rằng  $r(\omega^*) \rightarrow 1$  khi  $d \rightarrow \infty$  có nghĩa là biểu thức (4.8) trùng với (4.1) - phổ sóng tại vùng nước sâu.

Trong trường hợp giới hạn khác thì  $d \rightarrow 0$  hàm  $r(\omega^*) \rightarrow 1/2 * \omega^{*2}$  và biểu thức (4.8) có dạng:

$$S(\omega) = \frac{1}{2} \alpha g d \omega^{-3} \quad (4.11)$$

Các số liệu đo đặc thực nghiệm cho thấy đối với vùng nước nông số mũ của tần số có thể thay đổi trong giới hạn (-5, -3). Bouws (1985) cho rằng gần đúng bậc một của phổ sóng vùng nước có độ sâu hạn chế có thể nhận được bằng cách đưa số  $r(\omega^*)$  vào phổ JONSWAP -  $S_J(\omega)$ :

$$S(\omega, d) = S_J(\omega) r(\omega^*) \quad (4.12)$$



Hình 4.1 Hàm  $r(\omega^*)$

Dựa vào số liệu thực nghiệm của các cơn bão TEXEL, MARSEN và ARLOE, (1985) đã nhận được dạng cụ thể của phổ sóng (4.12), phổ TMA.

$$S(f) = \frac{\alpha_1 g^2}{(2\pi)^4 f^5} \exp \left[ -\frac{5}{4} \left( \frac{f}{f_p} \right)^{-4} \right] \gamma^a \lambda(f, d) \quad (4.13)$$

với:  $\lambda(f,d)$  là hàm biểu thị tác động của độ sâu.

$$\lambda(f,d) = [R(\omega_d)]^{-2} \left\{ 1 + \frac{2\omega_d^2 R(\omega_d)}{\sinh[2\omega_d^2 R(\omega_d)][2\omega_d^2 R(\omega_d)]} \right\}^{-1} \quad (4.14)$$

Tần số  $\omega_d = 2\pi f \sqrt{(d/g)}$  và hàm  $R(\omega_d)$  nhận được từ giải biểu thức phân tán (4.16) bằng phương pháp lặp.

$$R(\omega_d) \tanh[\omega_d^2 R(\omega_d)] = 1 \quad (4.15)$$

Hàm  $\alpha_1$  phụ thuộc vào tốc độ gió và đà sóng, tính theo (4.7). Phổ TMA được sử dụng để tính trường sóng vùng ven bờ theo phương pháp phổ STWAVE (chương 5).

#### 4.1.2 Phổ hai chiều, hàm phân bố góc của phổ sóng

##### a. Phổ hai chiều, các dạng hàm phân bố góc

Phổ hai chiều của sóng biển  $S(\omega, \theta)$  biểu thị sự phân bố của năng lượng sóng theo các tần số và hướng truyền sóng. Một tính chất quan trọng của phổ hai chiều là có thể tính toán được dưới sự biểu diễn gần đúng tuyến tính tích của phổ tần  $s(\omega)$  và hàm phân bố góc  $D(\theta)$ .

Với tính toán gần đúng tuyến tính, phổ hai chiều của trường sóng có thể được biểu diễn dưới dạng tích của phổ tần và hàm phân bố góc.

$$S(\omega, \theta) = S(\omega)D(\theta) \quad (4.16)$$

Hàm phân bố góc biểu thị phân bố năng lượng của trường sóng không điều hoà theo các hướng. Hàm phân bố góc có thể xác định theo hướng truyền chính của trường sóng  $\theta_p$  và độ lệch chuẩn của hàm phân bố này. Độ lệch này được viết dưới dạng:

$$\sigma_\theta^2 = \int_{\theta_p - \pi/2}^{\theta_p + \pi/2} D(\theta) (\theta - \theta_p)^2 d\theta \quad (4.17)$$

Một loạt các dạng tham số của hàm phân bố góc được sử dụng để tính phổ hai chiều của sóng biển từ phổ tần, như hàm cosin luỹ thừa, hàm hình tròn chuẩn, hàm phân bố chuẩn bao.

##### - Hàm phân bố góc dạng cosin luỹ thừa:

Hàm này là dạng cải tiến của hàm phân bố góc cosin luỹ thừa bậc 2 được St. Denis và Pierson đưa ra năm 1953, nó có dạng:

$$D(\theta) = \frac{\Gamma(s+1)}{\pi \Gamma(s+1/2)} \cos^{2s}(\theta - \theta_p) \text{ với } |\theta - \theta_p| < \pi/2 \quad (4.18)$$

với:  $\Gamma$  - hàm gama.

$S$  - tham số chỉ mức độ phân tán theo góc, nếu  $s \rightarrow \infty$  biểu thị trường sóng vô hướng.

##### - Hàm phân bố góc dạng hình tròn chuẩn:

Hàm phân bố góc loại này được Borgman đưa ra năm 1969 dưới dạng:

$$D(\theta) = \frac{1}{2\pi I_0(a)} \exp[a \cos(\theta - \theta_p)] \quad (4.19)$$

với:  $I_0$  - hàm Bessel cài tiến dạng thứ nhất,

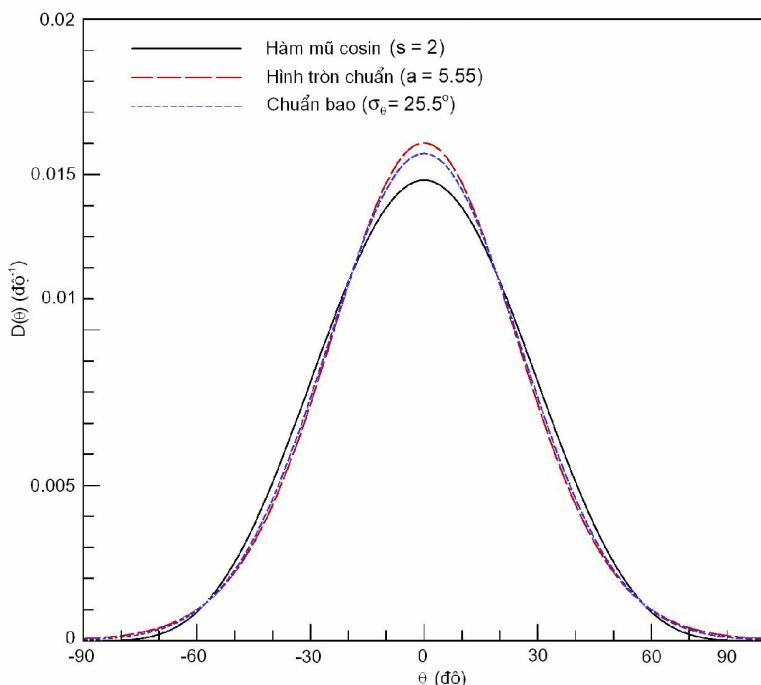
A - tham số biểu thị mức độ phân tán góc, nếu  $a \rightarrow \infty$  biểu thị trường sóng vô hướng.

- *Hàm phân bố góc dạng chuẩn bao*

Hàm phân bố góc loại này được Mardia đưa ra năm 1969 dưới dạng:

$$D(\theta) = \frac{1}{2\pi} + \frac{1}{\pi} \sum_{j=1}^N \exp\left[-\frac{1}{2}(j\sigma_\theta)^2\right] \cos[j(\theta - \theta_p)] \quad (4.20)$$

Hình 4.3 đưa ra kết quả so sánh 3 dạng hàm phân bố góc nêu trên ứng với độ lệch chuẩn  $\sigma_\theta$  là 22.5 độ. Các tham số phân tán tương ứng là  $s=2$  đối với dạng hàm phân bố góc dạng cosin luỹ thừa và  $a=5.55$  đối với dạng hàm phân bố góc hình tròn chuẩn. 30 thành phần ( $N=30$ ) được sử dụng để tính hàm phân bố góc dạng chuẩn bao. Các hàm phân bố góc dạng hình tròn chuẩn và chuẩn bao hơi hẹp hơn so với hàm phân bố góc dạng cosin luỹ thừa nhưng sai lệch nhau rất ít.



**Hình 4.3** kết quả so sánh 3 dạng hàm phân bố góc

#### b. Tạo phô hai chiều vùng ven bờ TMA

Công thức (4.13) cho ta phô tần TMA của trường sóng. Muốn tính toán trường sóng lan truyền vào vùng ven bờ theo phương pháp phô chúng ta phải tạo phô hai chiều sử dụng phô tần và hàm phân bố góc. Trong mô hình tính sóng STWAVE sử dụng hàm phân bố góc dạng cosin luỹ thừa hoặc chuẩn bao. Các bước tạo phô với hàm phân bố góc dạng cosin luỹ thừa thực hiện như sau:

- *Tạo phô tần TMA với độ sâu d và tần số đỉnh phô  $f_p$ :*

$$S(f, d) = \frac{\alpha_1 g^2}{(2\pi)^4 f^5} \Phi_1(f, d) \Phi_2(f/f_p) \Phi_3(f, f_p, \gamma, \sigma_a, \sigma_b)$$

$$\Phi_1(f, d) = \frac{k(f, d)^{-3} \frac{\partial k(f, d)}{\partial f}}{k(f, \infty)^{-3} \frac{\partial k(f, \infty)}{\partial f}}$$

$$\Phi_2(f/f_p) = \exp[-5/4(f/f_p)]^{-4}$$

$$\Phi_3(f, f_p, \gamma, \sigma_a, \sigma_b) = \exp[\ln(\gamma) \exp(- (f - f_p)^2 / 2\sigma^2 f_p^2)]$$

$$\sigma = \sigma_a, f_p \geq f$$

$$\sigma = \sigma_b, f_p < f$$

với:  $k$  – là số sóng ứng với độ sâu và tần số cụ thể,

Các hằng số không đổi là:  $\gamma = 2$ ;  $\alpha = 0.014$ ;  $\sigma_a = 0.07$ ;  $\sigma_b = 0.09$ .

- *Tạo phô hai chiều sử dụng hàm phân bố góc cosin luỹ thừa:*

$$S(f, d, \theta) = S(f, d) D(\theta)$$

$$D(\theta) = \sum_i w_i \cos^{2s_i} \left( \frac{\theta - \theta_i}{2} \right)$$

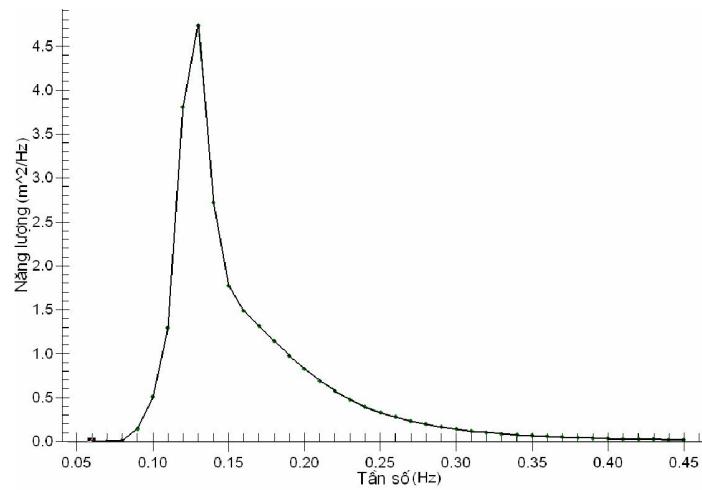
với:  $\theta_i$  – là hướng chính của mỗi hình thể hướng,

$w$  – là hệ số trọng lượng cho mỗi hình thể sao cho:

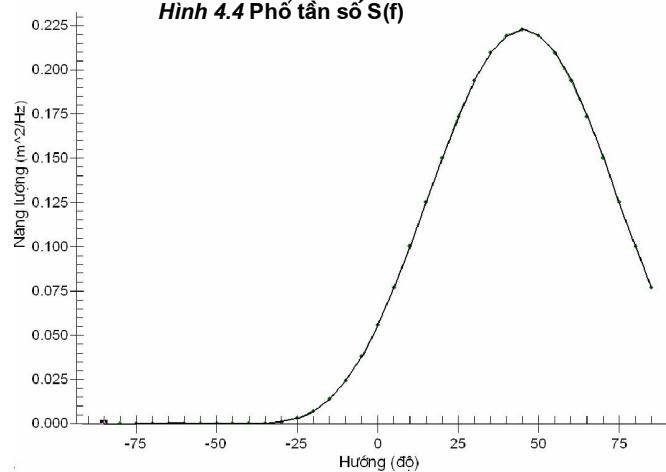
$$\int D(\theta) d\theta = 1$$

+ *Ví dụ tạo phô TMA:*

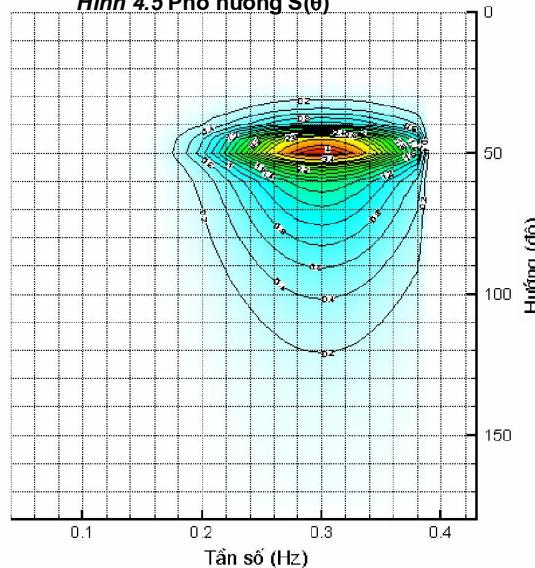
Xét một vùng tính sóng có hướng đường bờ theo trục bắc nam, biên ngoài của vùng tính tại độ sâu 15m. Tạo phô TMA với sóng có độ cao  $H_s = 2.0$ m, truyền từ bờ vào tạo thành một góc 45 độ so với trục vuông góc với đường bờ (sóng khởi điểm truyền theo hướng đông bắc). Các kết quả tạo phô với dải tần số từ 0.01Hz đến 0.43Hz và bước tính theo tần số là 0.01Hz (gồm 40 thành phần phô tần) và kết quả tạo phô theo hàm phân bố góc với góc từ 0 độ đến 180 độ với bước tính là 5 độ (gồm 35 hướng) được trình bày trên các hình sau đây. Hình 4.4 Phô tần số, hình 4.5 phô hướng, hình 4.6 phô hai chiều. Trên hình 4.5 ta thấy do lối tính theo hướng bắc nam và trường sóng khởi điểm có hướng đông bắc, một phần năng lượng sóng phân bố từ 315 độ đến 360 độ bị mất (trên cơ sở lý thuyết phô năng lượng sóng lan truyền đến điểm tính trong dải từ +90 độ đến -90 độ so với hướng sóng chính – xem thêm 5.1.2).



**Hình 4.4 Phổ tần số  $S(f)$**



**Hình 4.5 Phổ hướng  $S(\theta)$**



**Hình 4.6 Phổ hai chiều  $S(\theta)$**

## 4.2 BIẾN ĐỔI PHỐ SÓNG VÙNG BIỂN VEN BỜ

Giả thiết trường sóng ổn định, không phụ thuộc vào thời gian, bỏ qua tiêu hao năng lượng sóng do đáy, do sóng vỡ. Chúng ta sẽ nghiên cứu sự biến đổi của phổ sóng vùng biển dạng. Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng cho phổ sóng, biểu diễn dưới dạng không gian số sóng  $S(k_x, k_y) : (k_x = k \cos \theta, k_y = k \sin \theta)$  ta có:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial S}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial S}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial S}{\partial k_x} \frac{dk_x}{dt} + \frac{\partial S}{\partial k_y} \frac{dk_y}{dt} = 0 \quad (4.21)$$

Hai biểu thức sau cùng của vế trái của phương trình (4.21) cho tác động tổng hợp của khúc xạ và biến dạng. Phương trình (4.21) có thể viết lại dưới dạng:

$$\frac{dS(k_x, k_y)}{dt} = 0 \quad (4.22)$$

Biến đổi phổ sóng dưới dạng không gian số sóng có thể biểu diễn như sau:

$$S(k_x, k_y) = \frac{1}{k} S(k, \Theta) = \frac{C_g C}{\omega} S(\omega, \Theta) = \frac{C}{2\pi k} S(f, \Theta) \quad (4.23)$$

với:  $C$  - tốc độ pha,

$C_p$  - tốc độ nhóm sóng.

Thay dạng phổ (4.23) vào (4.22) ta có:

$$\frac{C_g}{2\pi\omega} \frac{d}{dt} [CC_g S(f, \Theta)] = 0 \quad (4.24)$$

có nghĩa là:  $CC_g S(f, \Theta) = \text{const}$  hay  $\frac{C_g}{k} S(\omega, \Theta, x, y) = \text{const}$

Biến đổi phổ sóng phụ thuộc vào phổ sóng tại gốc toạ độ vùng nước sâu  $S_0(\omega, \Theta_0)$ , ta có:

$$S(\omega, \Theta) = \frac{k}{k_0} \frac{C_{g0}}{C_g} S_0(\omega, \Theta_0) \quad (4.25)$$

Xét trường hợp đơn giản, sóng tuần hoàn truyền vào vùng có các đường đẳng sâu song song  $d=d(x)$  dưới một góc  $\theta$ . Định luật Snell biểu thị:

$k \sin \theta = \text{const}$  hay:

$$\frac{\sin \Theta}{C} = \frac{\sin \Theta_0}{C_0} \quad (4.26)$$

Như vậy:

$$\Theta_0 = \arcsin\left(\frac{k}{k_0} \sin \Theta\right) \quad (4.27)$$

Thay (4.27) vào (4.26) ta được:

$$S(\omega, \Theta) = \frac{k}{k_0} \frac{C_{g0}}{C_g} S_0[\omega, \arcsin\left(\frac{k}{k_0} \sin \Theta\right)] \quad (4.28)$$

Trong trường hợp đang xét khi sóng truyền từ vùng nước sâu vào ven bờ, phương trình (4.28) biểu thị rằng:

$$\frac{k(\omega, x)}{k_0(\omega, x)} \sin \Theta \leq 1 \quad (4.29)$$

Đối với địa hình thực tế khi độ sâu biến đổi  $d=d(x,y)$ , ta có:

$$\begin{aligned} \frac{dS(k_x, k_y)}{dt} = 0 = & \frac{C_g}{2\pi\omega} \left\{ \cos \Theta \frac{\partial(CC_g S(f, \Theta))}{\partial x} + \sin \Theta \frac{\partial(CC_g S(f, \Theta))}{\partial y} + \right. \\ & \left. + \frac{1}{C} \left( \sin \Theta \frac{\partial C}{\partial x} - \cos \Theta \frac{\partial C}{\partial y} \right) \frac{\partial(CC_g S(f, \Theta))}{\partial \Theta} \right\} \end{aligned} \quad (4.30)$$

và:

$$\frac{dx}{ds} = \cos \Theta; \quad \frac{dy}{ds} = \sin \Theta \quad \frac{d\Theta}{ds} = \frac{1}{C} \left( \sin \Theta \frac{\partial C}{\partial x} - \cos \Theta \frac{\partial C}{\partial y} \right) \quad (4.31)$$

Trong đó  $S$  là khoảng cách dọc theo tia sóng.

Hiện nay có nhiều sơ đồ số giải các phương trình trên, ví dụ như Collins(1972); Shiau, Wang (1977). Bước đầu tiên cần tìm các tia sóng bằng cách giải hệ phương trình (4.31) cho các tần số riêng biệt, sau đó biến đổi năng lượng dọc theo các tia sóng được tính bằng cách giả định  $CC_g S(f, \theta) = \text{const}$  từ đó cho ta biến đổi phổ sóng dọc theo tia sóng đối với mỗi tần số sóng.

Phương pháp tiếp cận chung của các mô hình tính sóng là dựa trên biến đổi tuyến tính của phổ sóng khi truyền vào vùng bờ. Đối với mỗi thành phần phổ, năng lượng được coi là bất biến trong khi truyền. Do vậy biến đổi của mỗi thành phần phổ có thể được áp dụng hoàn toàn như là một sóng đơn sắc với cùng một biên độ, tần số sóng và năng lượng trong mỗi dải tần số và hướng truyền được truyền theo các tia sóng tương ứng với tốc độ nhóm tương ứng. Phổ sóng ở vùng ven bờ sau đó sẽ được xác định từ phổ sóng vùng nước sâu và bình phương hằng số biến đổi đối với từng tần số thành phần.

$$S(\omega, \Theta) = S_0(\omega, \Theta_0) K_H^2(\omega, \Theta_0, d) \quad (4.32)$$

Trong đó:

$$K_H^2 = \frac{b_0}{b} \frac{C_{g0}}{C_g} \quad (4.33)$$

Với  $b_0$  là khoảng cách giữa hai tia sóng cận kề vùng nước sâu,  $b$  là khoảng cách giữa hai tia sóng cận kề vùng ven bờ cần tính sóng;  $S_0(\omega, \Theta_0)$  phổ sóng vùng nước sâu.

Có thể thấy rằng:

$$K_d^2 = \left( \frac{b_0}{b} \right) \left[ \frac{1}{2} \frac{g}{\omega} \left( \frac{d\omega}{dk} \right)^{-1} \right] = K_R^2 K_S^2 \quad (4.34)$$

với:  $K_R$  - hệ số khúc xạ,  $K_S$  - hệ số biến dạng.

Các nghiên cứu của Beji và Battjes (1993) cho thấy khi truyền vào vùng biến dạng, dưới tác động của độ sâu sẽ xảy ra quá trình tương tác phi tuyến giữa các sóng ở tần số cao. Năng lượng sóng sẽ được truyền từ các sóng có tần số thấp hơn trong dải tần số này sang các sóng có tần số cao hơn- các tương tác này gọi là tương tác bậc ba và được tính đến trong mô hình tính sóng SWAN (chương V).